

## FLEXIÓN CURVA.

Actúa simultáneamente en una riberaada un momento flector y un cortante. En la riberaada se producen tensiones normales y tangenciales como consecuencia del momento flector y del esfuerzo cortante.

En Resistencia de materiales: la comprobación de secciones se hace suponiendo que las tensiones deben resistir por un lado el momento flector y por otro independiente del autor el esfuerzo cortante.

El autor se limita los valores de estos esfuerzos es que las máximas tensiones normales y tangenciales sean menores que las admisibles por el material.

Estas tensiones máximas admisibles se obtienen de proba equieubal.

En teoría plástica: se admite que la tensión normal y la tangencial actúan simultáneamente y se la participación de una fibra o de una sección se puede por determinadas relaciones entre la tensión normal y la tangencial.

Esta relación entre las tensiones para un punto del autor cambiando. (Trosca, Von Mises...)

Si cambiamos la arandura de Mohr, un círculo más:

$$D = 2 \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

y basándonos en la ley de deformación de un sólido:

$$\sigma^2 + 4\tau^2 \leq \sigma_p^2$$

Por ello generalizamos:  $\sqrt{\sigma^2 + K\tau^2} \leq \sigma_p$

donde  $n$   $K=4$  — autor de Trosca

$K=3$  — autor de Von Mises

$$\text{si } \tau=0 \rightarrow \sigma \leq \sigma_p$$

$$\text{si } \sigma=0 \rightarrow \tau \leq \frac{\sigma_p}{\sqrt{K}}$$

en adición de los dos casos obtenidos la tensión de participación de una fibra tal y como los hemos obtenidos anteriormente.

# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

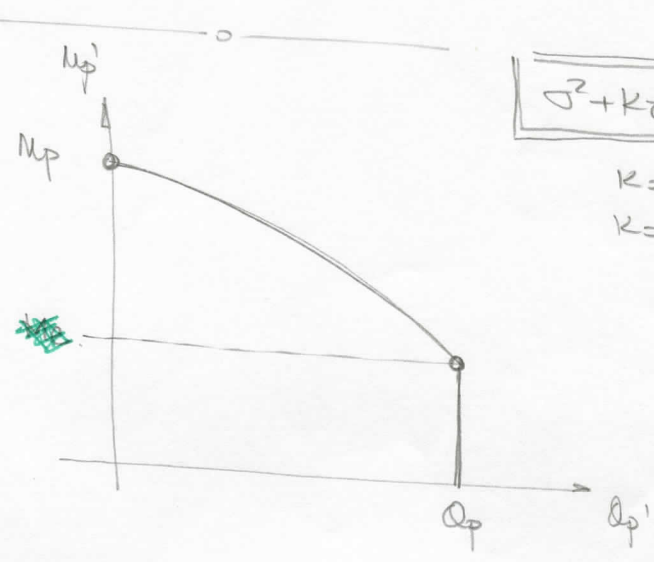
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- En plasticidad las curvas tangenciales se refieren de acuerdo con la naturaleza de materiales pero solo es la sección que permanece elástica después de aplicar el momento  $M$ .

- Las fibras plasticadas por flexión no sufren tensión tangencial alguna.

- Cuando aplicamos  $\sigma = \frac{M \cdot Q}{I}$  debemos usarla con los puntos correspondientes solo a la pte de sección que permanece elástica, como si la zona plasticada hubiese desaparecido.

DIAGRAMA  $M_p - Q_p$



$$\sigma^2 + K\tau^2 = \sigma_p^2$$

$K=3$  ← ~~Rankine~~ TRESKA  
 $K=4$  ← ~~Rankine~~ RANKINE.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



UNIVERSIDAD ALFONSO X EL SABIO  
INGENIERÍA DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

3. La viga de la figura es de sección constante con las características, dimensiones y cargas que se indican en la figura adjunta. Debido a un fallo en la cimentación, se ha producido un descenso en el apoyo central que produce la rotura de la viga. El material posee las propiedades que se facilitan en la figura adjunta.

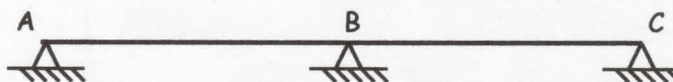
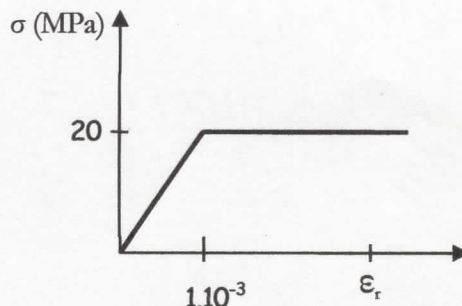
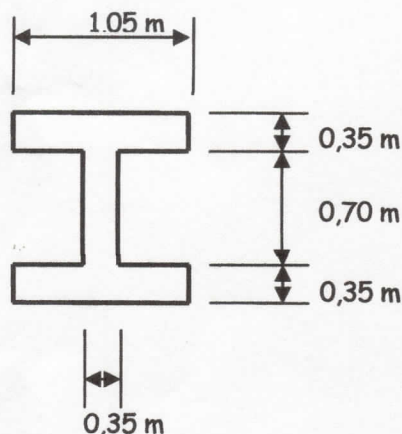
Se pide:

- 1) Determinar la deformación de rotura que ha de tener el material para que al producirse la rotura de la viga se encuentren parcialmente plastificadas todas las secciones en una longitud igual a la cuarta parte de la longitud total de la viga.
- 2) Dibujar las leyes de momentos flectores y de esfuerzos cortantes en la viga en el instante de rotura.
- 3) Calcular el descenso del apoyo B que produce la rotura. Para ello se admite linealizar la ley de curvaturas entre la curvatura elástica y la de rotura.

Nota: Para la resolución de los apartados anteriores se prescindirá de la influencia de los esfuerzos cortantes donde fuera preciso.

- 4) Determinar la máxima tensión tangencial que se producirá en la sección sobre el apoyo B, considerando el criterio de plastificación del material

$$\sigma^2 + 3\tau^2 \leq 2\sigma^2 \text{ (MPa)}$$

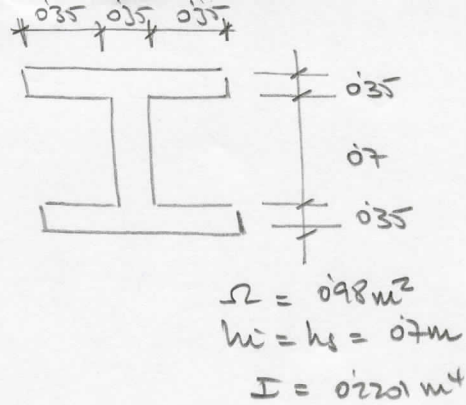
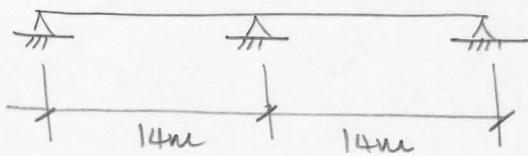


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

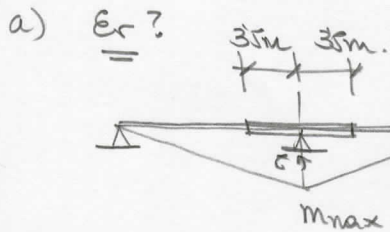
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



$$\nu_p = 2.10^4 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

$$E_e = 10^3$$



$$\frac{1}{4} 28 = 7 \text{ m.}$$

ley de flexión de la viga:

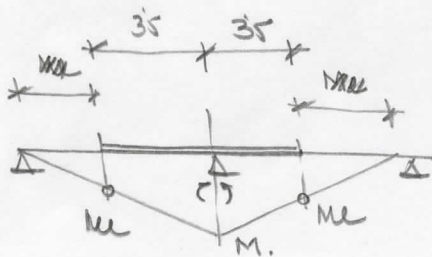


$$\theta_B^+ = \frac{M \cdot L}{3EI} + \frac{\nu_B}{L}$$

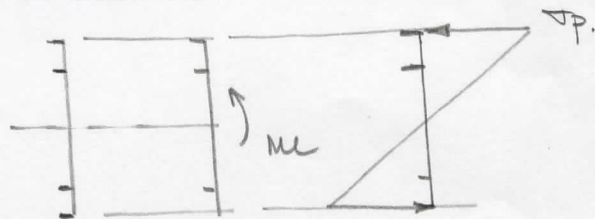
$$\theta_B^- = -\frac{M \cdot L}{3EI} + \frac{\nu_B}{L}$$

$$\frac{ML}{3EI} - \frac{\nu_B}{L} = -\frac{ML}{3EI} + \frac{\nu_B}{L}$$

$$\frac{2ML}{3EI} = \frac{2\nu_B}{L} \quad M = \frac{3\nu_B EI}{L^2}$$



MOMENTO ELÁSTICO:



$$\nu_p = \frac{M \cdot L}{I} \quad 2.10^4 = \frac{M \cdot 0.7}{0.2201}$$

$$M = 6288.27 \text{ KN.m}$$

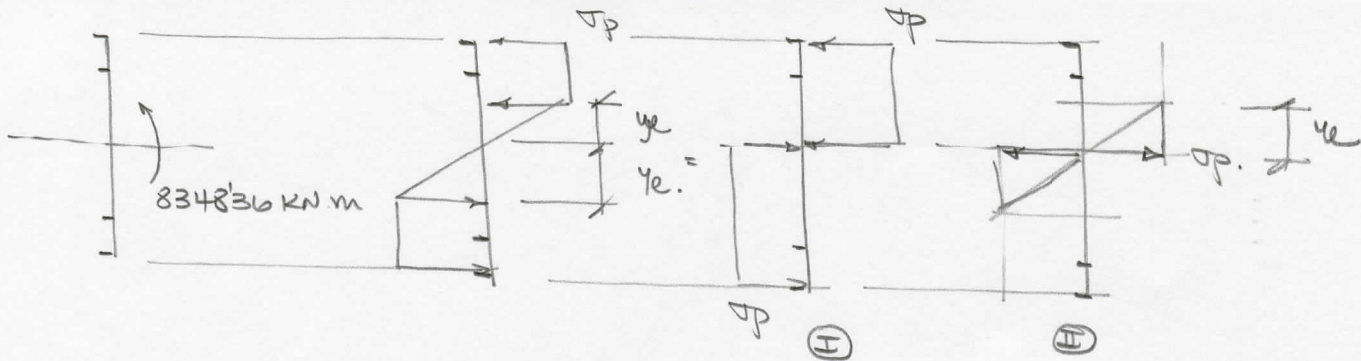
$$\frac{14}{M} = \frac{(14-35)}{M_e} \quad M = 8348.36 \text{ KN.m}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



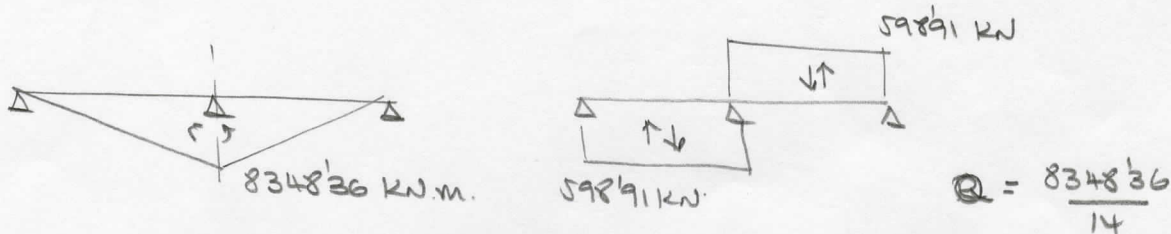
$$M = 8348.36 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_1 = M_p = 20p \cdot \left[ 1.05 \cdot 0.35 \cdot (0.35 + 0.35) + 0.35 \cdot 0.35 \cdot 0.35 \right] = 8575 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

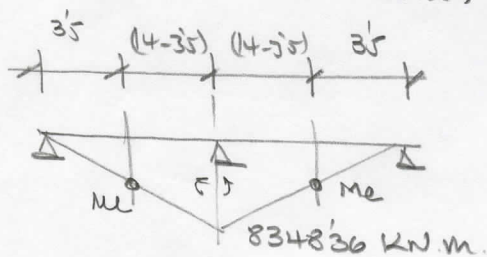
$$M_2 = 20p \cdot \left[ \frac{1}{2} y_e \cdot 0.35 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0.35 \right]$$

$$M = M_1 + M_2 \rightarrow \boxed{y_e = 0.286 \text{ m}} \quad \boxed{E_r = 245 \cdot 10^{-3}}$$

(2)

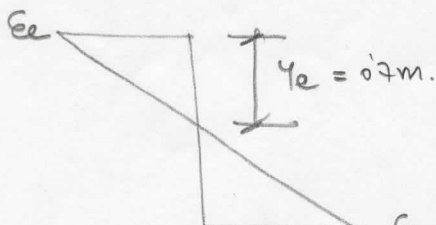


(3) Descanso (VA) de rotura:



AVANTURAS:

$$\boxed{M_e} \quad M_e = 6288.27 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



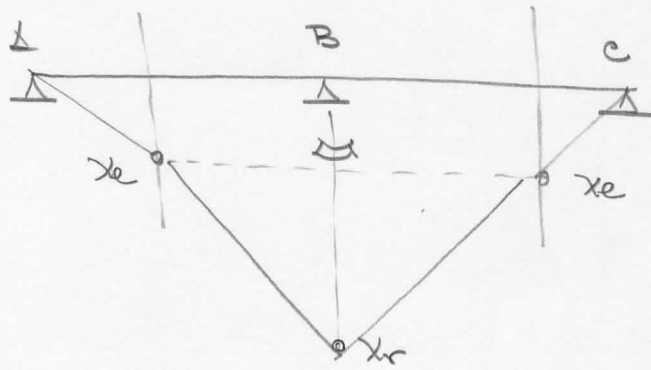
$$x_e = \frac{e_e}{0.7} = 1.428 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



$$V_C = V_B + P \cdot d + \int x \cdot ds \cdot ds$$

$$0 = V_B + \dots \quad V_B = 0.6m$$

④  $\sigma_p^2 + 3\tau^2 \leq 2\sigma^2$  MPa. — relación entre tensiones normales y tangenciales.

$$\sigma^2 + K\tau^2 = \sigma_p^2$$

K=3 TRESCA

K=4 RANKINE.

En ciertos plásticos las tensiones tangenciales se opten de acuerdo con la mezcla de materiales pero solo si la resina se mantiene elástica después de aplicar el M.

- las fibras plásticas por flexión no sufren tensión tangencial alguna.
- Cuando aplicamos  $\tau = \frac{Q \cdot M}{b \cdot I}$  debemos usarla con los puntos solo de la parte de resina que permanece elástica, como si la zona plástica hubiese desaparecido.

Fibras candidatas a plastificarse por cortante:

- fibra cuspideada al edg. ( $\tau_{max}$ )
- fibra exterior ( $\sigma_{max}$ )
- fibra de unión de ala con el alma. (usual y tangencial por las a)

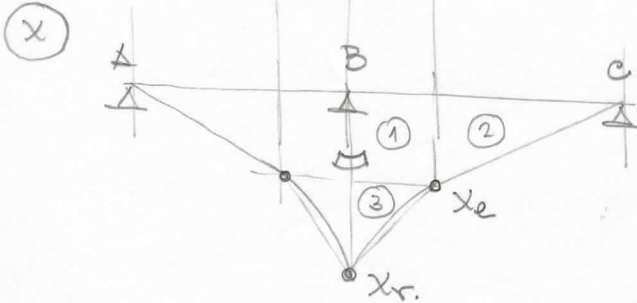
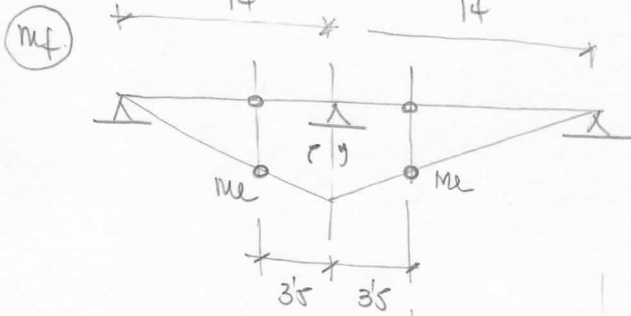
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

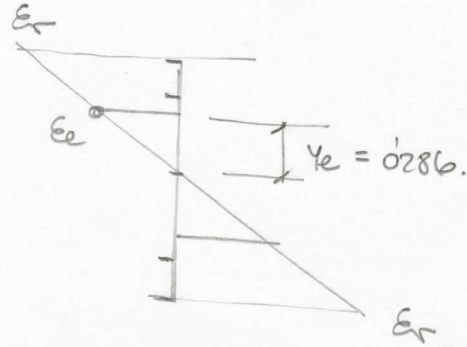
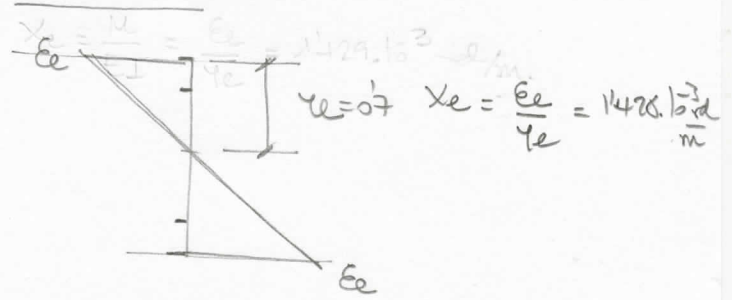
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

(c)  $V_B$ ? ROTURA.



DEFORMACIONES.



$$X_r = \frac{E_e}{\gamma_e} = \frac{10^3}{0.286} = 3497.10^3 \frac{rd}{m}$$

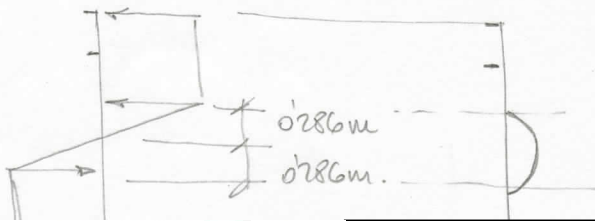
$$V_C = V_B + Q_B \cdot d + \int X \cdot ds \cdot ds$$

$$0 = V_B - [X_e \cdot 3.5 (10.5 + \frac{1}{2} \cdot 3.5)] + \frac{1}{2} X_e \cdot 10.5 \cdot (\frac{2}{3} \cdot 10.5) + \frac{1}{2} (X_r - X_e) \cdot 3.5 \cdot (10.5 + \frac{2}{3} \cdot 3.5)$$

$$V_B = 0.16 m$$

$$(d) \tau_p^2 + 3\tau_q^2 \leq \tau^2 \quad (MPa)$$

$$\text{en B} \rightarrow M_{max} = 8384.36 \text{ KN}\cdot\text{m} \quad Q_B = 3989.1 \text{ KN}$$



$$I = \frac{1}{12} ab^3 = \frac{1}{12} \cdot 0.35 \cdot [2 \times 0.286]^3$$

$$\tau_{max} = \frac{Q \cdot \eta_e}{b \cdot \gamma} = \frac{[3989.1] \cdot [0.35 \cdot \gamma_e \cdot \frac{1}{2} \gamma_e]}{0.35 \cdot I}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

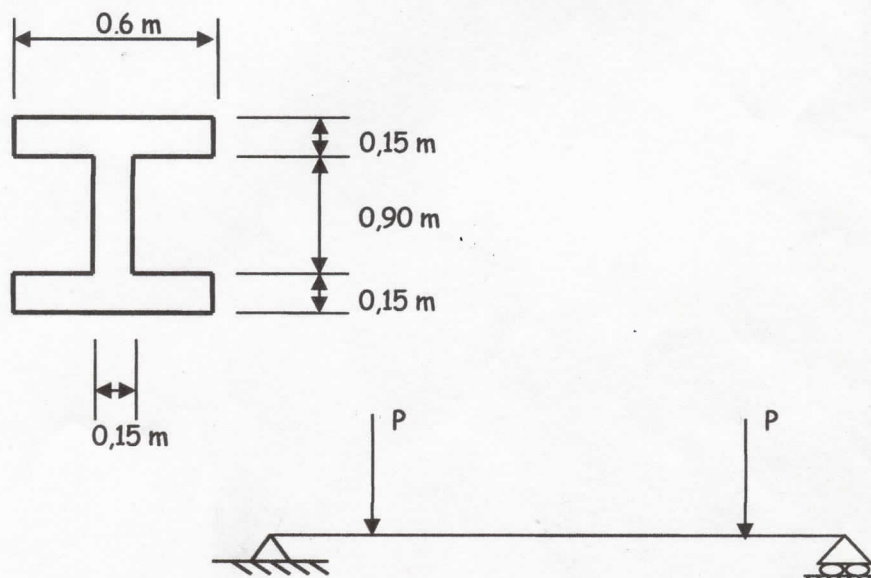


UNIVERSIDAD ALFONSO X EL SABIO  
INGENIERÍA DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

1. La viga de la figura es de sección constante a lo largo de toda ella en doble T y está constituida por un material cuyo criterio de plastificación es :  $\sigma^2 + 3\tau^2 = (30.000)^2$  para tensiones tangenciales y normales expresadas en  $\text{kN/m}^2$  . La viga está solicitada por las cargas que se muestran en la figura adjunta..

Se pide:

- 1) Determinar los cuatro puntos especificados del diagrama de interacción Momento-Cortante de la sección dada y dibujarlos sobre el propio diagrama con las dimensiones dadas en la figura.
  - El cortante de plastificación con su momento concomitante.
  - El momento elástico con su cortante concomitante.
  - El momento plástico con su cortante concomitante.
  - El momento que plastifica las alas con su cortante concomitante.
- 2) Determinar el valor de P de las cargas puntuales que producen el colapso de la viga, considerando que las secciones plastifican por la acción de los esfuerzos cortante y flector.



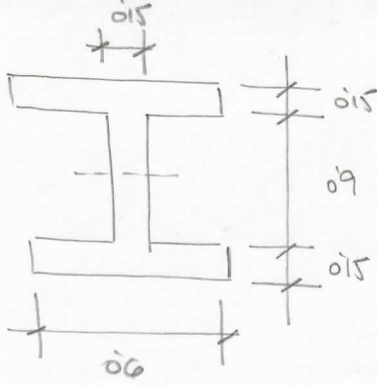
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99





$$\sigma_p^2 + 4\tau_p^2 = (30.000)^2$$

$$\sigma_p = 30.000 \text{ KN/m}^2 = 30 \text{ MPa}$$

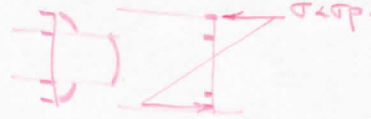
$$\tau_p = \frac{30.000}{2} = 15.000 \text{ KN/m}^2 = 15 \text{ MPa}$$

CARACT. MECANICAS.

$$\Omega = 0.315 \text{ m}^3$$

$$w_i = h_s = 0.06 \text{ m}$$

$$I = 5906.10^{-2} \text{ m}^4$$



(a) CORTANTE DE PLASTIFICACION + MOMENTO CONCOMITANTE.

$$Q = 2128.3 \text{ KN}$$

$$M = 2573.81 \text{ KN.m}$$

El cortante de plastificación es aquel que actuando solo plastifica la puzha.

$$\tau_p = 15000 \text{ KN/m}^2$$

$$\tau = \frac{Q \cdot M_e}{b \cdot I}$$

1.  $\tau_{max}$  en el cdg:

$$15 \cdot 10^3 = \frac{Q \cdot [0.15 \cdot 0.06 \cdot (0.045 + \frac{0.15}{2}) + 0.045 \cdot 0.15 \cdot \frac{0.045}{2}]}{0.15 \cdot 5906 \cdot 10^{-2}}$$

$$Q = 2128.3 \text{ KN}$$

$$\tau = 0$$

2) Tensión en la unión dla- alma. — Comprobamos con el cortante anterior.

$$Q = 2128.3 \text{ KN}$$

$$\tau = \frac{(2128.3) \cdot (0.06 \cdot 0.15 \cdot [\frac{0.045 + 0.15}{2}])}{0.15 \cdot 5906 \cdot 10^{-2}} = 11351.41 \text{ KN/m}^2 < 15 \cdot 10^3$$

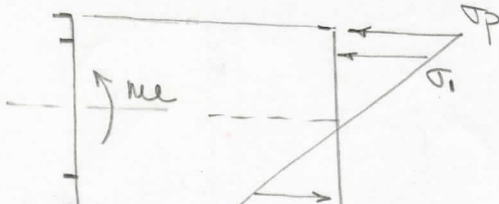
$$\sigma^2 + 4(11351.41)^2 = (30.000)^2$$

$$\sigma = 19610.76 \text{ KN/m}^2$$

$$\tau = \frac{M \cdot y}{I} = \frac{M \cdot 0.045}{5906 \cdot 10^{-2}}$$

$$M = 2573.81 \text{ KN.m}$$

(b) MOMENTO ELASTICO + CORTANTE C.



$$\sigma_p = \frac{M_e \cdot y}{I}$$

$$30 \cdot 10^3 = \frac{M_e \cdot 0.06}{5906 \cdot 10^{-2}}$$

$$M_e = 2953 \text{ KN.m}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

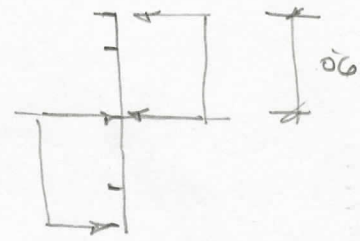
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

(c) MOMENTO PLÁSTICO + CONSTANTE.

$$M_p = 2\sigma_p \left[ 0,6 \cdot 0,15 \cdot \left( 0,45 + \frac{0,15}{2} \right) + 0,15 \cdot 0,45 \cdot \frac{0,45}{2} \right] =$$

$$= \boxed{3746,25 \text{ KN}\cdot\text{m}}$$



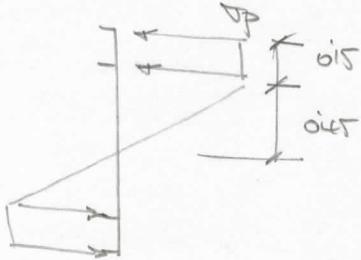
$\sigma = \sigma_p \rightarrow \epsilon = 0$ : no puede actuar constante.

(c)

$$\boxed{M = 3746,25}$$

$$\boxed{Q = 0}$$

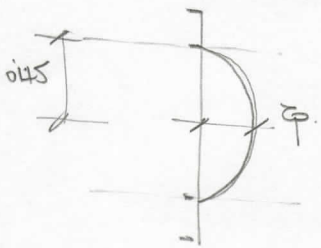
(d) MOMENTO DE PLÁSTICA VAR + CONSTANTE.



$$M = 2\sigma_p \left[ 0,15 \cdot 0,6 \cdot \left( 0,45 + \frac{0,15}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot 0,45 \cdot 0,15 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,45 \right] =$$

$$= \boxed{3442,5 \text{ KN}\cdot\text{m}}$$

el constante concomitante deben poder ser una ley de tangencias en la zona no plastificada exclusivamente.



$$\sigma^2 + 4\epsilon^2 = (30 \cdot 10^3)^2 \text{ en el cdg } \sigma = 0 \quad \epsilon = 15000 \text{ KN/m}^2$$

$$15000 = \frac{Q \cdot (0,15 \cdot 0,45 \cdot \frac{0,45}{2})}{0,15 \cdot 911 \cdot 10^3}$$

$$\boxed{Q = 1350 \text{ KN}}$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot 0,15 \cdot 0,6^3 = 911 \cdot 10^3 \text{ m}^4$$

(d)

$$\boxed{M = 3442,5 \text{ KN}\cdot\text{m}}$$

$$\boxed{Q = 1350 \text{ KN}}$$

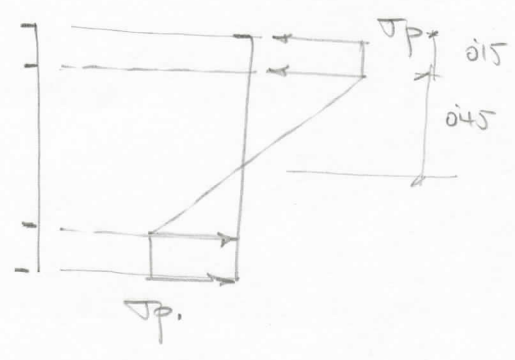


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

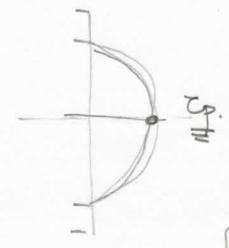
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

d) Ma.: momento se plastifica las alas.



— como el momento ha plastificado las alas, no podemos aumentar la fuerza en esa zona por su propia. El cortante concurrentemente deberá poder una ley de trayectorias en la zona no plastificada exclusivamente.



$$M = 2 \cdot \sigma_p \cdot \left[ 0.15 \cdot 0.06 \cdot \left( 0.45 + \frac{0.15}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot 0.45 \cdot 0.15 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.45 \right] =$$

$$= \boxed{3442.5 \text{ KNm}}$$

$$\left[ \tau = \frac{Q \cdot M}{b \cdot I} \right]$$

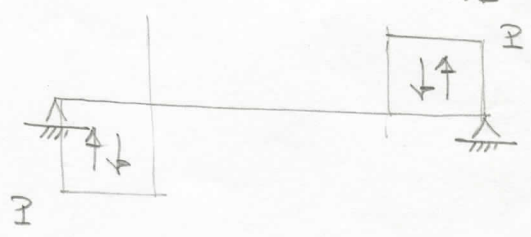
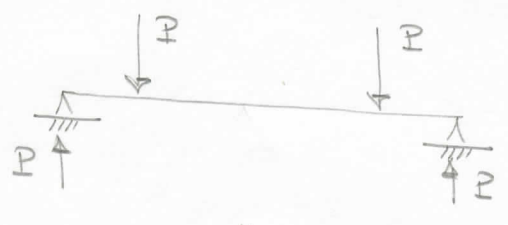
$\sigma^2 + 4\tau^2 = (30.000)^2$  — en el cdg  $\sigma = 0$  ;  $\tau = 15000 \text{ KN/m}^2$

$I = 911.15^2 \text{ m}^4$   
 $\left( \frac{1}{12} \cdot 0.15 \cdot 0.93 \right)$

$$15000 = \frac{Q \cdot (0.15 \cdot 0.45 \cdot 0.45/2)}{0.15 \cdot 911.15^2}$$

$Q = \boxed{1300 \text{ KN}}$

P? colapsos de la viga.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

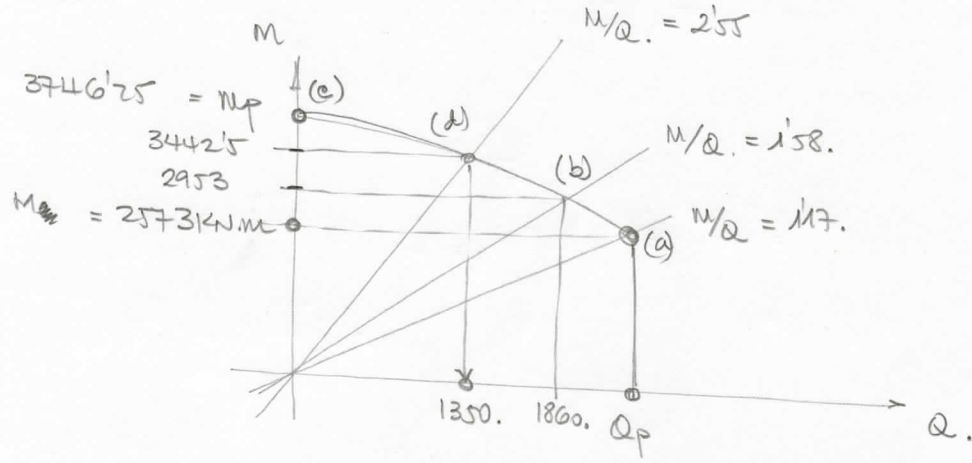
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PUNTO (a) :  $Q_p = 2182'3 \text{ KN}$ .  $M = 2573 \text{ KN.m}$ .

PUNTO (b) :  $M_e = 2953 \text{ KN.m}$   $Q = 1860 \text{ KN}$ .

PUNTO (c) :  $M_p = 3746'25 \text{ KN.m}$   $Q = 0$ .

PUNTO (d) :  $M = 3442'5 \text{ KN.m}$   $Q = 1350 \text{ KN}$ .



$\frac{M}{Q} = 2.55 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} M = 3442.5 \text{ KN.m} \\ Q = 1350 \text{ KN} \end{array} \right.$

caída en el punto (d)

$\boxed{P = 1350 \text{ KN}}$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



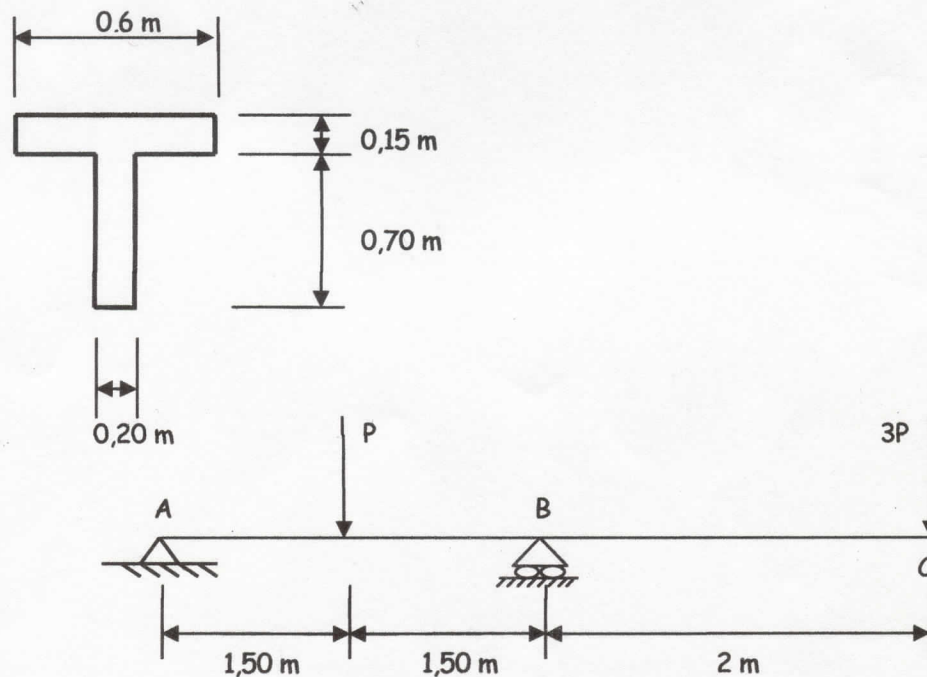
UNIVERSIDAD ALFONSO X EL SABIO  
INGENIERÍA DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

2. La viga de la figura es de sección constante con las características, dimensiones y cargas que se indican en la figura adjunta. Se considera que el comportamiento del material que la constituye es bilineal y su criterio de plastificación viene dado por la ecuación :  $\sigma^2 + 3\tau^2 = 40$  (MPa)

- 1) Determinar el valor de P que produce la rotura de la viga, teniendo en cuenta la actuación exclusiva del momento flector.
- 2) Determinar el valor de P que produce la rotura de la viga, teniendo en cuenta la actuación conjunta del momento flector y del cortante.

Previamente se calcularán los siguientes puntos para la linealización del diagrama de interacción Momento-Cortante:

- El cortante de plastificación con el momento que le acompaña.
- El momento plástico.
- El momento que plastifica el ala con su cortante concomitante.

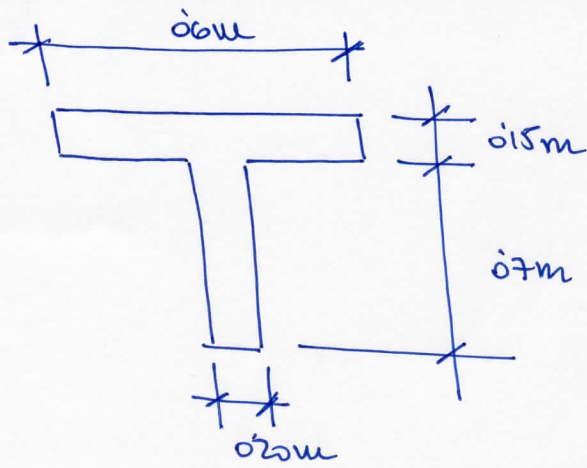


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



ESRAC. MECÁNICA.

$$\Omega = 0.023 \text{ m}^2$$

$$h_c = 0.0516 \text{ m}$$

$$h_s = 0.085 - 0.016 = 0.034 \text{ m}$$

$$I = 157.15^4 \text{ m}^4$$

$$\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_0 \text{ (MPa)}$$

$$\sigma_p = \sqrt{4\sigma} = 6324 \text{ MPa}$$

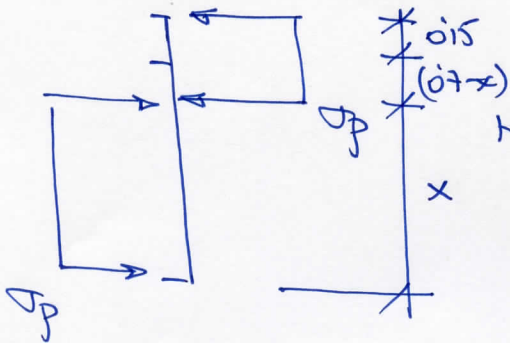
$$\tau_p = \sqrt{\frac{4\sigma}{3}} = 3651 \text{ MPa}$$

Me

$$\sigma_p = \frac{M_e \cdot h_c}{I}$$

$$M_e = \frac{6324 \cdot 10^3 \cdot 157.15^4}{0.0516} = \boxed{192'44 \text{ KN}\cdot\text{m}}$$

Mp



Posición de la línea neutra:  
(aprox en el alma.)  
 $N = 0$

$$0.06 \cdot 0.015 + (0.07 - x) \cdot 0.02 = 0.02 \cdot x$$

$$x = 0.075 \text{ m}$$

$$h_0 - (0.02 \cdot x) = 0.023 - (0.02 \cdot x) \quad x = 0.075 \text{ m}$$

Mp — caso de flexión por tramos sucesivos desde sus de la jua.  
(en la línea neutra)

$$M_p = 0.015 \cdot 0.06 \cdot \left[ (0.07 - x) + \frac{0.015}{2} \right] + (0.07 - x) \cdot 0.02 \cdot \frac{0.07 - x}{2} + 0.02 \cdot x \cdot \frac{x}{2} =$$

$$= \boxed{332'74 \text{ KN}\cdot\text{m}}$$

Qp

$$\tau_p = \frac{Q_p \cdot M_e}{b \cdot I}$$

— la tensión tangencial máxima se obtiene en el centro de simetría de la sección.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\sigma_p = 43331 \text{ KN}$$

Tambié hay que ver en la web al-a: -

$$\tau = \frac{Q \cdot Ms}{b \cdot I} = \frac{(43331)(0.06 \cdot 0.15 \cdot (0.334 - \frac{0.15}{2}))}{0.2 \cdot 0.0158} = \underline{\underline{316'35 \text{ KN/m}^2}}$$

$$\sigma^2 + 3\tau^2 = 40 \rightarrow \sigma^2 = 40 - 3\tau^2 = 40 - 3(316'35)^2$$

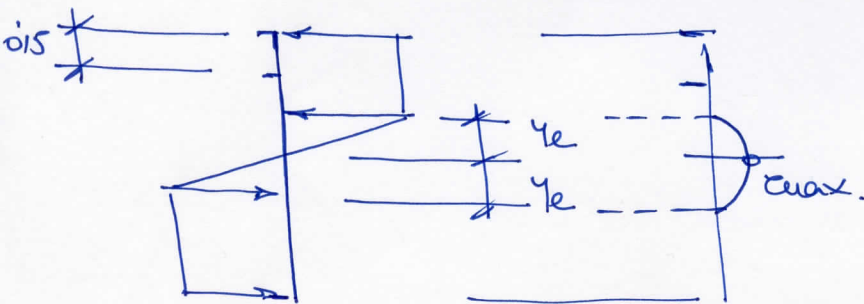
$$\sigma = 3'057 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} \rightarrow M = \frac{\sigma \cdot I}{y} = \frac{(3'057) \cdot 10^3 \cdot 158 \cdot 10^4}{(0.334 - 0.15)}$$

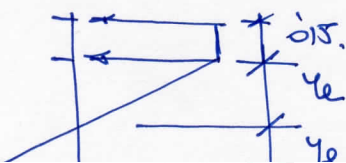
$$\boxed{M = 262'57 \text{ KN.m.} > M_{el.}}$$

Al ser M mayor se el momento elástico, cuando actúa este momento plástico una parte de la sección por lo que el concreto, en este caso, no actúa sobre todo el canto.

M = 262'57 KN.m. — después de la flexión se convierte en el alva.



momento de plástico el ala:



$$N = 0$$

$$(0.15 \cdot 0.06) + \frac{1}{2} ye \cdot 0.2 = \frac{1}{2} ye \cdot 0.2 + (0.7 - ye) \cdot 0.2$$

$$\boxed{ye = 0.125 \text{ m}}$$

**Cartagena99**

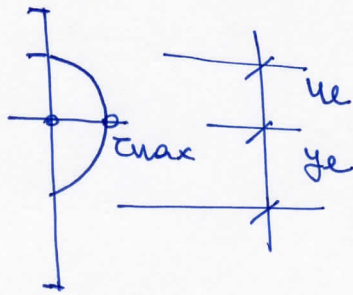
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$(0.1 - ye) \cdot 0.2 (ye + \frac{1}{2} ye)$$

costante anclado:



$$I = \frac{1}{12} \cdot 0.2 \cdot (24e)^3 =$$

en la flange  $\tau = \tau_{max}$   $\sigma = 0$ .

$$\tau = \tau_p = 3651.10^3 \text{ KN/m}^2.$$

$$3651.10^3 = \frac{Q \cdot [y_e \cdot 0.2 \cdot \frac{4e}{2}]}{I}$$

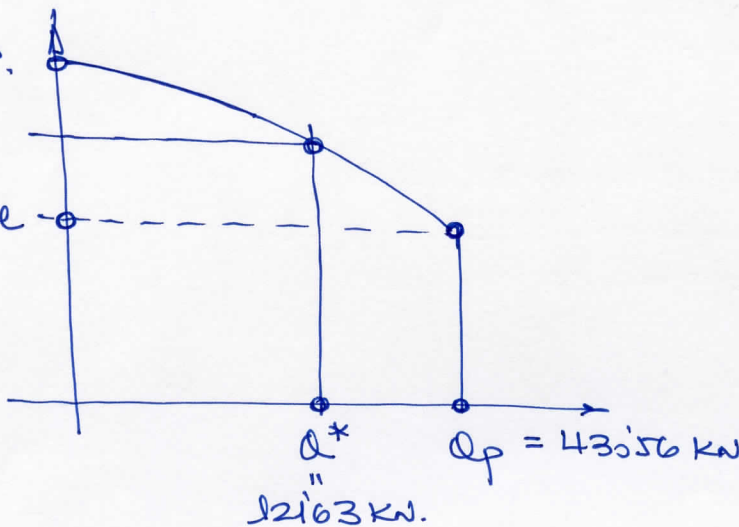
$$\boxed{Q^* = 12163 \text{ KN}}$$

M (KN.m)

$$332'79 = M_p.$$

$$326'19 = M^*$$

$$192'44 = M_e$$



$$Q^* = 12163 \text{ KN}$$

$$Q_p = 43056 \text{ KN}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

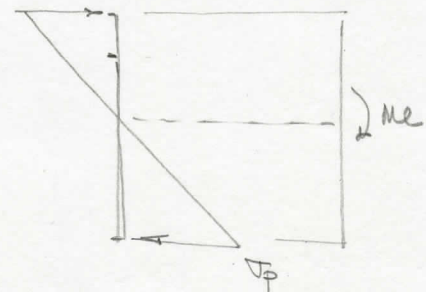
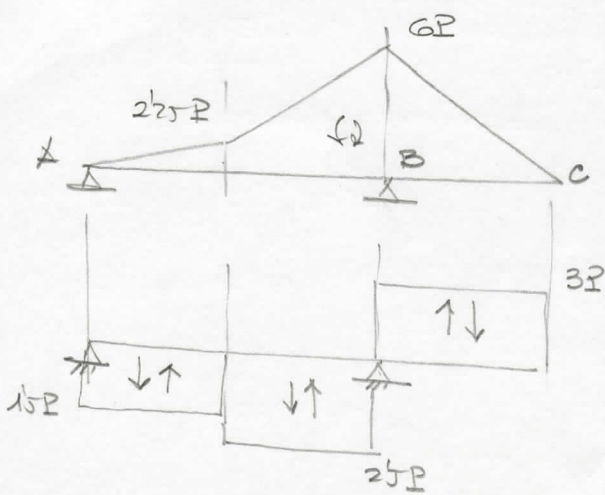


P? ROTURA VIGA.

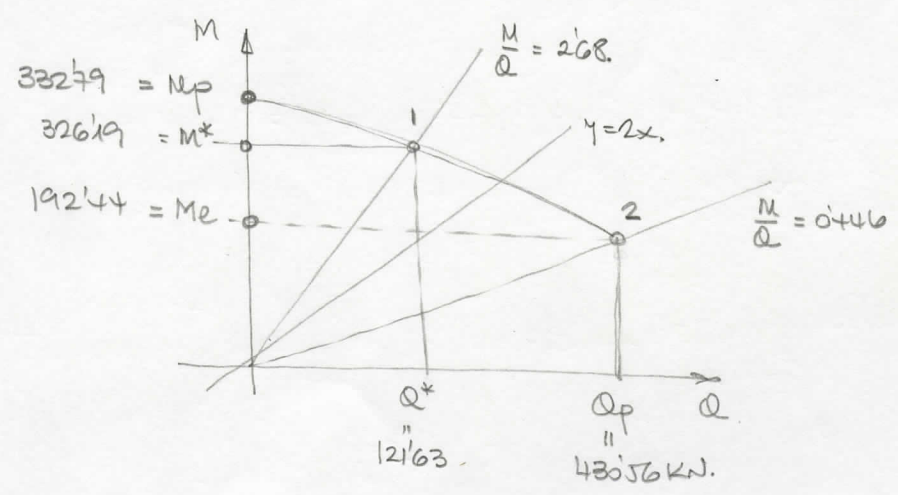
Puedo más desfavorable:

$$M = 6P$$

$$Q = 3P$$



$$M_e = \frac{6324 \cdot 10^3 \cdot I}{0.516} = 19244 \text{ KN}\cdot\text{m}$$



1) ROTURA POR AGUJACIÓN SOLO DEL Mf.

$$M_f = M_p = 33279 \text{ KN}\cdot\text{m} \quad G_P = 33279$$

$$P = 5546 \text{ KN}$$

2) ROTURA M-Q.

$$M = 6P$$

$$Q = 3P \quad \frac{M}{Q} = \frac{6P}{3P} = 2 \quad (y = 2x)$$

RECTA 1,2. ———  $x = 12163 \quad y = 32619$

$x = 43056 \quad y = 19244 \quad (y = -0.433x + 37805)$

INTERSECCIÓN  $x = 15191$

$$Q = 15191 = 3P \quad (P = 52 \text{ KN})$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



UNIVERSIDAD ALFONSO X EL SABIO  
INGENIERÍA DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

La viga de la figura está sustentada por un empotramiento en el punto A y por un apoyo móvil en C. Está articulada en B y es de sección constante cuyas dimensiones se reflejan en la figura adjunta.

Si la sometemos a una carga uniformemente repartida de  $P$  (kN/m) y consideramos que el material del que está hecha presenta un diagrama bilineal con un criterio de plastificación dado según la ecuación:

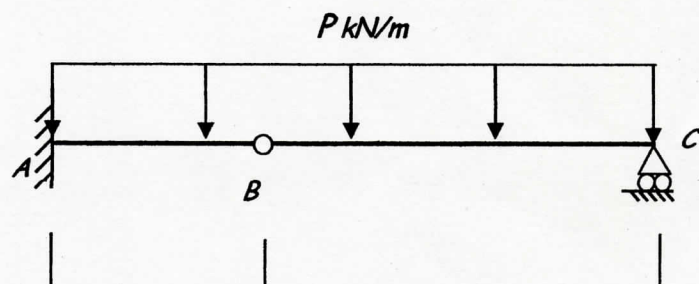
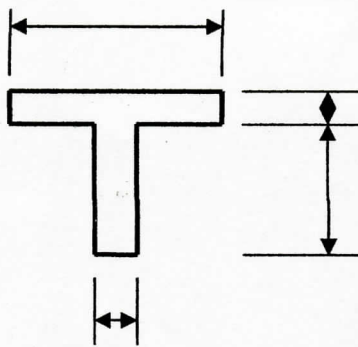
$$\sigma^2 + 3\tau^2 = 40 \text{ (MPa)}$$

Se pide:

- 1.- Determinar el valor de  $P$  que produce la rotura de la viga, teniendo en cuenta la actuación exclusiva del momento flector. (3,5 puntos)
- 2.- Determinar el valor de  $P$  que produce la rotura de la viga, teniendo en cuenta la actuación conjunta del momento flector y del cortante. (6,5 puntos)

**Nota:** Para la resolución del problema se permite la linealización del diagrama de interacción entre el momento plástico y el momento que acompaña al cortante de plastificación.

El alumno calculará los puntos que considere oportunos del citado diagrama.

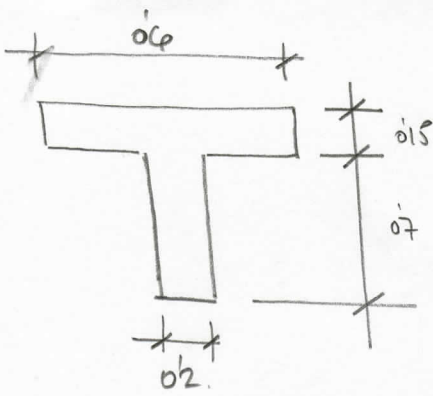


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

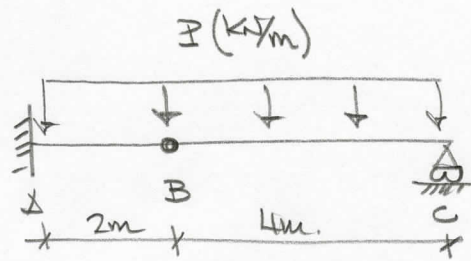


CÁLCULO MECÁNICO.

$$\Omega = 0.23 \text{ m}^2$$

$$h_i = 0.516 \text{ m} \quad h_s = 0.334$$

$$I = 157.154 \text{ m}^4$$

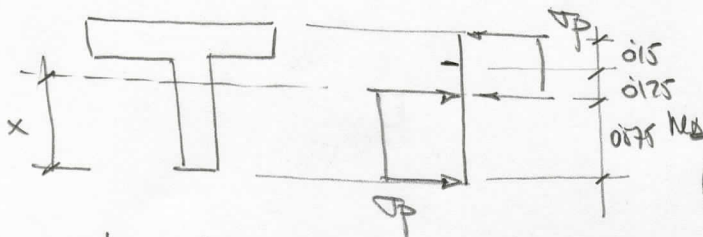


$$\sigma^2 + 3\tau^2 = 40 \text{ (MPa)}$$

$$\sigma_p = \sqrt{40} \text{ MPa} = 6.324 \text{ MPa}$$

$$\tau_p = \sqrt{\frac{40}{3}} \text{ MPa} = 3.651 \text{ MPa}$$

a) Trazamos el  $M_p$  al udximo punto de la vija

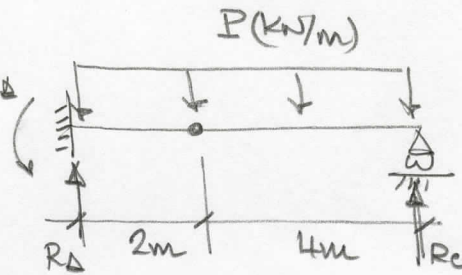


$$0.2x = 0.23 - (0.2x)$$

$$x = 0.575 \text{ m} \quad x_s = 0.275 \text{ m}$$

$$M_p = 6.324 \cdot 10^3 \left[ 0.15 \cdot 0.6 \cdot \left( 0.125 + \frac{0.15}{2} \right) + 0.125 \cdot 0.2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.125 + \frac{1}{2} \cdot 0.575^2 \cdot 0.2 \right]$$

$$M_p = 332.79 \text{ kN.m}$$



$$\sum \bar{M}_{rot} = 0 \quad 4R_C - P \cdot 4 \cdot 2 = 0$$

$$R_C = 2P$$

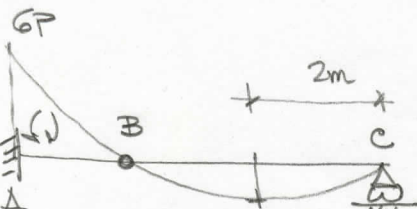
$$\sum \bar{F}_v = 0 \quad R_A + R_C = 6P$$

$$R_A = 6P - 2P = 4P$$

$$\sum \bar{M}_{rot}^+ = 0$$

$$M_A + 2P \cdot 1 - 2R_A = 0$$

$$M_A = 2R_A - 2P = 6P$$



$$M(x) + P \cdot x \cdot \frac{x}{2} - 2Px = 0$$

$$M(x) = 2Px - \frac{Px^2}{2}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

b) Dibujamos el diagrama M/Q.

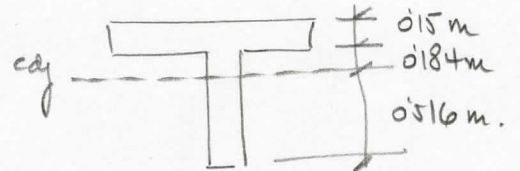
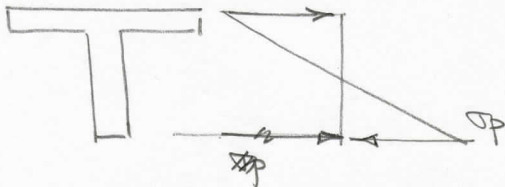
$$3657.10^3 = \frac{Q_p \cdot (0.516 \cdot 0.2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.516)}{I \cdot 0.2}$$

$$Q_p = 43056 \text{ KN.}$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{Q_p \cdot [0.6 \cdot 0.15 (0.184 + \frac{1}{2} \cdot 0.15)]}{I \cdot 0.2} = 3196.10^3 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2} = 3196 \text{ MPa}$$

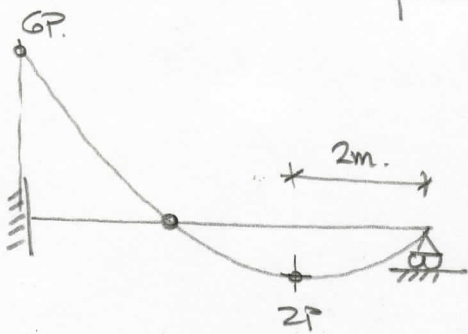
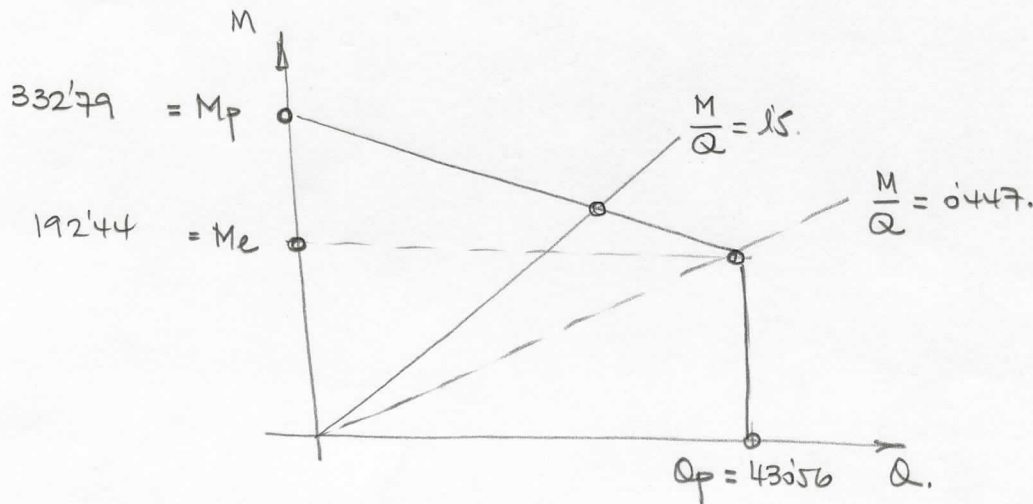
$$\sigma^2 + 3\tau^2 = 40 \rightarrow \sigma_{\text{max}} = 3058 \text{ MPa} \Rightarrow 3058 = \frac{M \cdot 0.184}{I} \quad M^* = 26092 \text{ KN.m.}$$

Momento elástico.



$$6324.10^3 = \frac{M_e \cdot 0.516}{I}$$

$$M_e = 19244 \text{ KN.m} < M^*$$



$$\frac{M}{Q} = \frac{GP}{4P} = \frac{3}{2} = 1.5$$



$$x=0, y=33279$$

$$y = ax + b \quad b = 33279$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$(15x) = -0326x + 33279$$